

Практикалық сабақ №10

Тақырыбы: Бірінші текті қисық сызықты интеграл.

Мақсаты: I-текті қисық сызықты интегралды есептеу. I-текті қисық сызықты интегралдың геометрияда және физикада қолданылуы.

Мысал 1. Қисық сызықты интегралды есептеңіз:

$$\int_{AB} (x^2 + y^2 + z^2) ds,$$

мұндағы AB : $x = \cos t$; $y = \sin t$; $z = t$; $0 \leq t \leq 2\pi$.

Шешуі:

$$\begin{aligned} \int_{AB} (x^2 + y^2 + z^2) ds &= \int_0^{2\pi} (\cos^2 t + \sin^2 t + t^2) \sqrt{(-\sin t)^2 + \cos^2 t + 1} dt = \\ &= \sqrt{2} \int_0^{2\pi} (1 + t^2) dt = 2\sqrt{2}\pi \left(1 + \frac{4\pi^2}{3} \right). \end{aligned}$$

Мысал 2. I-текті қисықсызықты интегралды есептеңіз:

$$\int_L y ds,$$

мұндағы L – түзу (AB): $A(0, 1)$, $B(1, 3)$.

Шешуі: (AB) түзудің теңдеуін табамыз

$$\frac{x-0}{1-0} = \frac{y-1}{3-1}, \quad 2x = y - 1, \quad y = 2x + 1.$$

Онда $dy = 2dx$, x -тің шектері $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

Қисықсызықты интегралдан анықталған интегралға көшу

$$\int_L y ds = \int_0^1 (2x + 1) \sqrt{1 + 4} dx = \sqrt{5} (x^2 + x) \Big|_0^1 = 2\sqrt{5}$$

Аудиториялық жұмысы: I-текті қисық сызықты интегралды есептеу: [8] №№ 4221, 4223, 4225, 4229, 4231, 4237, 4239, 4241.

Үй жұмысы

№№ 4222, 4224, 4226, 4232, 4240, 4242.